

## ZADANIE 1

Rozwiąż nierówność  $\frac{x^4+2x^3+x^2}{x-1+6x^2} < 0$ .

## ZADANIE 2

Znajdź wszystkie liczby całkowite spełniające nierówność  $|x + 4| < 2$ .

## ZADANIE 3

Rozwiąż nierówność

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)} < 0.$$

## ZADANIE 4

Wykaż, że dla każdych liczb rzeczywistych  $x$  oraz  $a$  prawdziwa jest nierówność

$$(x + 2a)^2 \geq 8ax.$$

## ZADANIE 5

Wykaż, że dla  $m = 3$  nierówność  $x^2 + (2m - 3)x + 2m + 5 > 0$  jest spełniona przez wszystkie liczby rzeczywiste  $x$ .

## ZADANIE 6

Rozwiąż nierówność  $-20x^2 + x + 1 > 0$ .

## ZADANIE 7

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = (2 - x)^2$ .

- Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji  $f$  w przedziale  $\langle 0, 5 \rangle$ .
- Rozwiąż nierówność  $f(x) - (2 - x) \geq 0$ .

## ZADANIE 8

Rozwiąż nierówność  $\frac{x+2}{3} + 1 < x$ .

## ZADANIE 9

Rozwiąż nierówność:  $x^2 - 7x + 12 > 0$ .

## ZADANIE 10

Funkcje  $f$  i  $g$  dane są wzorami  $f(x) = -3x^2 - x + 2$ ,  $g(x) = -3x + 1$ . Wyznacz zbiór argumentów  $x$ , dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości większe od funkcji  $g$ .

## ZADANIE 11

Rozwiąż nierówność  $2x^2 < -260 + 53x$ . Podaj wszystkie liczby całkowite, które spełniają tę nierówność.

## ZADANIE 12

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze spełniające nierówność  $x^2 - 14x + 13 < 0$ .

## ZADANIE 13

Uzasadnij, że jeśli liczby rzeczywiste  $a, b, c$  spełniają nierówności  $0 < a < b < c$ , to

$$\frac{a + b + c}{3} > \frac{a + b}{2}.$$

## ZADANIE 14

Rozwiąż nierówność  $(1 + 2x)^2 > 4x(x + 2)$ .

## ZADANIE 15

Rozwiąż nierówność:  $(x + 3)^2 - (x - 6)^2 \geq x^2 - 27$ .

## ZADANIE 16

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest nierówność  $x^2 + 4 \geq 4x$ .

## ZADANIE 17

Rozwiąż nierówność  $3x + (3x + 1) + \dots + (3x + 99) < 2010$ , gdzie lewa strona jest sumą kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego.

## ZADANIE 18

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich  $a, b, c$  i  $d$  prawdziwa jest nierówność

$$ac + bd \leq \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{c^2 + d^2}.$$

## ZADANIE 19

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze spełniające nierówność

$$(x - 5)^2 + (x - \sqrt{3})(\sqrt{3} + x) \geq (2x + 14)(x - 7).$$

ZADANIE 20

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność

$$\frac{1}{x^2 + 560x + 78200} < 0.$$

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie  
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/6668\\_1855R](http://www.zadania.info/6668_1855R)