

IMIĘ I NAZWISKO

WIELOMIANY

SUMA PUNKTÓW: 125

ZADANIE 1 (5 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $x^3 + px^2 - x + q$ przez trójmian $(x + 2)^2$ wynosi $1 - x$. Wyznacz pierwiastki tego wielomianu.

Odp.:**ZADANIE 2 (5 PKT)**

Wielomian $W(x)$ przy dzieleniu przez dwumiany $(x - 1)$, $(x + 2)$, $(x - 3)$ daje reszty odpowiednio równe 5, 2, 27. Wyznacz resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian $P(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$.

Odp.:**ZADANIE 3 (5 PKT)**

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ jest równa $x^2 + x + 1$. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $V(x) = x^2 - 1$.

Odp.:**ZADANIE 4 (5 PKT)**

Dane są wielomiany $W(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$ i $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$.

- Wyznacz współczynniki a, b, c tak, aby $W(x) = P(x)$.
- Przedstaw wielomian $W(x)$ jako iloczyn wielomianów liniowych.

Odp.:**ZADANIE 5 (5 PKT)**

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + kx^2 + 4x - 8$.

- Wyznacz wartość k tak, aby reszta z dzielenia wielomianu W przez dwumian $x + 1$ była równa -6 .
- Dla znalezionej wartości k rozłóż wielomian na czynniki liniowe.
- Dla znalezionej wartości k rozwiąż nierówność $W(x + 1) \leq -3x^3 + 5x - 2$.

Odp.:

ZADANIE 6 (5 PKT)

Wyznacz współczynniki a, b wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że dla każdego $x \in \mathbb{R}$ prawdziwa jest równość: $W(x-1) - W(x) = -3x^2 + 3x - 6$.

Odp.:

ZADANIE 7 (5 PKT)

Wielomian W jest wielomianem stopnia 5 i spełnia warunki: $W(3) = 1$ oraz $W(-3) = 2$. Wykaż, że nie wszystkie współczynniki wielomianu W są liczbami całkowitymi.

Odp.:

ZADANIE 8 (5 PKT)

Wielomian W dany jest wzorem $W(x) = x^3 + ax^2 - 4x + b$.

- Wyznacz a, b oraz c tak, aby wielomian W był równy wielomianowi P , gdy $P(x) = x^3 + (2a+3)x^2 + (a+b+c)x - 1$.
- Dla $a = 3$ i $b = 0$ zapisz wielomian W w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

Odp.:

ZADANIE 9 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru α , wielomian $W(x) = x^3 - (2 \sin 4\alpha)x^2 + 3x - \sin 4\alpha - 5$ jest podzielny przez dwumian $(x-2)$?

Odp.:

ZADANIE 10 (5 PKT)

Rozłóż wielomian $W(x) = x^4 - 7x^2 + 12$ na czynniki liniowe. Podaj niewymierne pierwiastki tego wielomianu.

Odp.:

ZADANIE 11 (5 PKT)

Rozłóż wielomian $W(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ na czynniki liniowe.

Odp.:

ZADANIE 12 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru m reszta z dzielenia wielomianu

$$x^{17} - mx^{15} + (m - 2)x^{10} + 2x + m^2 - 2$$

przez dwumian $x - 1$ jest równa 3?

Odp.:

ZADANIE 13 (5 PKT)

Wielomian $W(x)$ przy dzieleniu przez dwumiany $(x - 2)$, $(x + 4)$ daje reszty odpowiednio równe -3 oraz -51. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8$, wiedząc, że liczba -1 jest miejscem zerowym wielomianu $W(x)$.

Odp.:

ZADANIE 14 (5 PKT)

Wielomian $x^4 - (a - b)x^3 + (a + b)x^2 - 3x$ jest podzielny przez wielomian $x^3 - 4x^2 + 3x$. Oblicz a i b .

Odp.:

ZADANIE 15 (5 PKT)

Przy dzieleniu wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x - 1)$ otrzymujemy iloraz $Q(x) = 8x^2 + 4x - 14$ oraz resztę $R(x) = -5$. Oblicz pierwiastki wielomianu $W(x)$.

Odp.:

ZADANIE 16 (5 PKT)

Wyznacz te argumenty, dla których funkcja $f(x) = x^6 + 6x^3 - 5$ osiąga wartość najmniejszą.

Odp.:

ZADANIE 17 (5 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 4x^3 + (1 - 2^m)x - 4^{m-1} + 3$ przez dwumian $(x + 1)$ jest równa -2.

- Wyznacz wartość parametru m .
- Dla wyznaczonej wartości parametru m rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.

Odp.:

ZADANIE 18 (5 PKT)

Wielomian $W(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 + bx + c$ jest podzielny przez trójmian $x^2 + 3x - 10$, a przy dzieleniu przez dwumian $(x + 1)$ daje resztę -36 . Wyznacz współczynniki a, b i c wielomianu.

Odp.:

ZADANIE 19 (5 PKT)

Korzystając z definicji funkcji różnowartościowej wykaż, że funkcja f określona wzorem $f(x) = x^3 + 2x - 3$ jest różnowartościowa.

Odp.:

ZADANIE 20 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = W(x) - x^3$, gdzie $W(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 3$.

Odp.:

ZADANIE 21 (5 PKT)

Wiedząc, że wielomian $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ jest podzielny przez wielomian $(x - 1)^2$, oblicz a i b .

Odp.:

ZADANIE 22 (5 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4$ jest wielomianem $R(x) = x^3 - 5x + 1$. Wyznacz resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian $F(x) = x^2 - 4$.

Odp.:

ZADANIE 23 (5 PKT)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + cx^2 + 7x + d$.

a) Wyznacz wartości współczynników c i d wielomianu W , wiedząc, że jest podzielny przez dwumian $(x + 2)$, zaś przy dzieleniu przez dwumian $(x - 1)$ otrzymujemy resztę 3 .

b) Dla $c = -5$ i $d = -3$ rozwiąż nierówność $W(x) \leq 0$.

Odp.:

ZADANIE 24 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru a reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 2x^4 - 3x^3 + ax^2 + a^2x + 2$ przez dwumian $(x - 1)$ jest większa od 3.

Odp.:

ZADANIE 25 (5 PKT)

Wyznacz wartości a i b współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że $W(2) = 7$ oraz, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $(x - 3)$ jest równa 10.

Odp.: