

IMIĘ I NAZWISKO

LICZBY RZECZYWISTE

POZIOM ROZSZERZONY GR. I

5 PAŹDZIERNIKA 2011

CZAS PRACY: 45 MIN.

SUMA PUNKTÓW: 76

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wyrażenie $W = \left(\frac{3}{7}\right)^{50} \left(\frac{7}{3}\right)^{40}$ jest równe

A) 1

B) $\left(\frac{3}{7}\right)^{2000}$ C) $\left(\frac{3}{7}\right)^{90}$ D) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10}$

Odpowiedź:

ZADANIE 2 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli $A = 3^{4\sqrt{2}+2}$ i $B = 3^{2\sqrt{2}+3}$, to $B = 9\sqrt{A}$.

Odp.:

ZADANIE 3 (5 PKT)

Uprość wyrażenie $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

Odp.:

ZADANIE 4 (5 PKT)

Oblicz $\frac{3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19} \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$.

Odp.:

ZADANIE 5 (5 PKT)

Uprość wyrażenie

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$$

Odp.:

ZADANIE 6 (5 PKT)

Uzasadnij, że dla każdej liczby $x \in (-1; 5)$ wyrażenie $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + 2\sqrt{x^2 - 12x + 36}$ ma stałą wartość.

Odp.:

ZADANIE 7 (5 PKT)

Suma dwóch liczb jest równa $\sqrt{7}$, a ich różnica $\sqrt{3}$. Oblicz iloczyn tych liczb.

Odp.:

ZADANIE 8 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli liczby całkowite x, y, z spełniają równanie $x^2 + y^2 + z^2 = 2010$ to co najwyżej jedna z liczb x, y, z dzieli się przez 4.

Odp.:

ZADANIE 9 (5 PKT)

Wykaż, że różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb parzystych jest liczbą podzielną przez 4.

Odp.:

ZADANIE 10 (5 PKT)

Oblicz $\sqrt{6 - 3\sqrt{3}} \cdot (63 + 36\sqrt{3})^{\frac{1}{4}}$.

Odp.:

ZADANIE 11 (5 PKT)

Uzasadnij, że liczby $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ i $1 - \sqrt{2}$ są liczbami przeciwnymi.

Odp.:

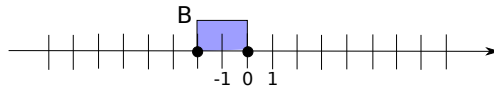
ZADANIE 12 (5 PKT)

Wykaż, że liczba $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$ jest podzielna przez 6.

Odp.:

ZADANIE 13 (5 PKT)

Zbiór A jest zbiorem liczb rzeczywistych, których odległość na osi liczbowej od (-3) jest większa niż 2. Zbiór B jest przedstawiony na osi liczbowej.



- Opisz zbiory A i B za pomocą nierówności z wartością bezwzględną.
- Podaj przykład liczby niewymiernej, która należy jednocześnie do zbioru A i do zbioru B .

Odp.:

ZADANIE 14 (5 PKT)

Dane są $x = 2 - \sqrt{2}$ i $y = 5\sqrt{2} + 1$. Oblicz $\frac{x}{y}$.

Odp.:

ZADANIE 15 (5 PKT)

Wykaż, że liczba $a = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{5}$ jest całkowita.

Odp.:

ZADANIE 16 (5 PKT)

W zbiorze liczb rzeczywistych określono działanie $x \oplus y = 2x + y^2$.

- Oblicz $(-2\frac{1}{2}) \oplus \sqrt{5}$
- Sprawdź, dla jakich liczb całkowitych nieujemnych $a \neq b$ prawdziwa jest równość $a \oplus b = b \oplus a$.

Odp.:

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/1360_8990R](http://www.zadania.info/1360_8990R)