

## ZADANIE 1 (5 PKT)

Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta jeżeli środki jego boków mają współrzędne:  $P = (1, 3)$ ,  $Q = (-5, 4)$ ,  $R = (-6, 7)$ .

## ZADANIE 2 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $\alpha$  odległość punktu  $P = (1, 2)$  od prostej  $y = x + \sin \alpha$  jest mniejsza lub równa  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

## ZADANIE 3 (5 PKT)

Podstawą trójkąta równoramiennego jest odcinek o końcach w punktach  $A = (-2, -4)$  oraz  $B = (-5, 2)$ . Jedno z jego ramion zawiera się w prostej o równaniu  $y = x - 2$ . Oblicz współrzędne trzeciego wierzchołka trójkąta.

## ZADANIE 4 (5 PKT)

Dany jest punkt  $M = (2, 8)$ . Wyznacz równanie takiej prostej  $k$ , do której należy punkt  $M$ , że na ujemnej półosi  $Ox$  i dodatniej półosi  $Oy$  układu  $xOy$  prosta ta wyznacza odcinki  $OA$  i  $OB$ , których suma długości jest równa 6. Oblicz obwód trójkąta  $AOB$ .

## ZADANIE 5 (5 PKT)

Wyznacz współrzędne punktu  $P$ , który dzieli odcinek o końcach  $A = (29, -15)$  i  $B = (45, 13)$  w stosunku  $|AP| : |PB| = 1 : 3$ .

## ZADANIE 6 (5 PKT)

Punkt  $S = (0; 0)$  jest środkiem boku  $AD$  równoległoboku  $ABCD$ . Wiadomo też, że  $\vec{AB} = [4; 3]$  oraz  $\vec{BC} = [6; 2]$ . Wyznacz wierzchołki tego równoległoboku.

## ZADANIE 7 (5 PKT)

Wykaż, że prosta  $l : y = -2x - 1$  jest styczna do okręgu  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$ .

## ZADANIE 8 (5 PKT)

Sprawdź, czy prosta  $x - 3y - 1 = 0$  jest styczna do okręgu  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$ .

## ZADANIE 9 (5 PKT)

Dane są punkty  $A(1, 0)$ ,  $B(-1, 1)$ . Punkt  $C$  należy do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 = 1$ . Znajdź współrzędne punktu  $C$ , tak aby pole trójkąta było największe. Oblicz to pole.

## ZADANIE 10 (5 PKT)

Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych i przez środek okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ .

ZADANIE 11 (5 PKT)

Punkty  $A = (-9, -3)$  i  $B = (5, 5)$  są wierzchołkami trójkąta prostokątnego  $ABC$ , w którym  $AB$  jest przeciwprostokątną. Wyznacz współrzędne wierzchołka  $C$  wiedząc, że leży on na osi  $Ox$ .

ZADANIE 12 (5 PKT)

Punkty  $A = (2, 0)$  i  $B = (12, 0)$  są wierzchołkami trójkąta prostokątnego  $ABC$  o przeciwprostokątnej  $AB$ . Wierzchołek  $C$  leży na prostej o równaniu  $y = x$ . Oblicz współrzędne punktu  $C$ .

ZADANIE 13 (5 PKT)

Wyznacz odległość punktu  $(-2, 3)$  od prostej o równaniu  $3x - 4y + 2 = 0$ .

ZADANIE 14 (5 PKT)

Napisz równanie okręgu, którego środek należy do osi  $Ox$ , i który przechodzi przez punkty  $A(2, 3)$  i  $B(5, 2)$ .

ZADANIE 15 (5 PKT)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty  $A = (2, 5)$  i  $C = (6, 7)$  są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu  $ABCD$ . Wyznacz równanie prostej  $BD$ .

ZADANIE 16 (5 PKT)

Dane są wektory:  $\vec{u} = [2; -4]$ ,  $\vec{v} = [-3; 5]$ . Oblicz  $(\vec{u} + \vec{v})^2$ .

ZADANIE 17 (5 PKT)

Dane są wektory:  $\vec{u} = [2; -4]$ ,  $\vec{v} = [-3; 5]$ . Oblicz  $(\vec{u} - \vec{v})^2$ .

ZADANIE 18 (5 PKT)

Dane są wektory:  $\vec{u} = [2; -4]$ ,  $\vec{v} = [-3; 5]$ . Oblicz  $(\vec{u} + 3\vec{v}) \circ (2\vec{u} - \vec{v})$ .

ZADANIE 19 (5 PKT)

W układzie współrzędnych dane są dwa punkty:  $A = (-2, 2)$  i  $B = (4, 4)$ .

- a) Wyznacz równanie symetralnej odcinka  $AB$ .
- b) Prosta  $AB$  oraz prosta o równaniu  $3x - 2y - 11 = 0$  przecinają się w punkcie  $C$ . Oblicz współrzędne punktu  $C$ .

ZADANIE 20 (5 PKT)

Wyznacz współrzędne środka jednokładności, w której obrazem okręgu o równaniu  $(x - 16)^2 + y^2 = 4$  jest okrąg o równaniu  $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 16$ , a skala tej jednokładności jest liczbą ujemną.

ZADANIE 21 (5 PKT)

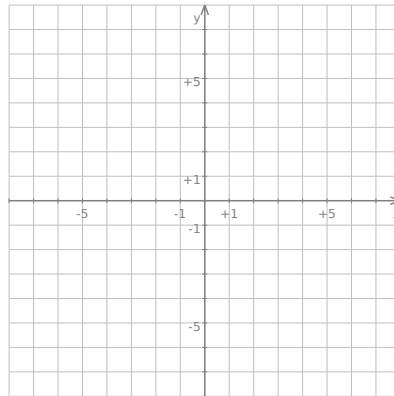
Ostrokątny trójkąt równoramienny  $ABC$  o podstawie  $AB$  jest wpisany w okrąg o równaniu  $x^2 + y^2 = 25$ . Punkty  $A$  i  $B$  leżą na prostej o równaniu  $y = x - 5$ .

- Oblicz współrzędne punktów:  $A, B, C$ .
- Oblicz kąty trójkąta  $ABC$ .

ZADANIE 22 (5 PKT)

Przekształcenie  $P$  określone jest w następujący sposób:  $P(x, y) = (y + 2, x - 1)$ , gdzie  $x, y \in \mathbb{R}$ .

- Wykaż, że przekształcenie  $P$  jest izometrią.
- W prostokątnym układzie współrzędnych narysuj trójkąt o wierzchołkach  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, -4)$ ,  $C(1, 5)$ , a następnie znajdź jego obraz w przekształceniu  $P$ .
- Wyznacz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta  $ABC$  poprowadzoną na bok  $AB$ .
- Oblicz pole trójkąta  $A''B''C''$ , który jest obrazem trójkąta  $ABC$  w jednokładności o środku w punkcie  $(0, 0)$  i skali  $k = -5$ .



ZADANIE 23 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $x^2 + y^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$  opisuje okrąg?

- Podaj współrzędne środka i długość promienia okręgu.
- Dla jakich wartości parametru  $m$  okrąg ten jest styczny do prostej o równaniu  $x = 4$ ?

ZADANIE 24 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, jaki tworzą wierzchołki parabol o równaniu  $f(x) = (x - 3)^2 + m$ , gdzie  $m \in \mathbb{R}$  – parametr.

ZADANIE 25 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, jaki tworzą wierzchołki parabol o równaniu  $f(x) = 5(x - m)^2 + m$ , gdzie  $m \in \mathbb{R}$  – parametr.

**ZADANIE 26 (5 PKT)**

Wyznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, jaki tworzą wierzchołki parabol o równaniu  $f(x) = -\frac{1}{2}(x + m)^2 + 2m$ , gdzie  $m \in \mathbb{R}$  – parametr.

**ZADANIE 27 (5 PKT)**

Wyznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, jaki tworzą wierzchołki parabol o równaniu  $f(x) = -2(x - m)^2 - 4$ , gdzie  $m \in \mathbb{R}$  – parametr.

**ZADANIE 28 (5 PKT)**

Punkty  $A = (0, 4)$  i  $B = (6, 0)$  są końcami odcinka  $AB$ . Prosta  $y = x$  przecina odcinek  $AB$  w punkcie  $C$ . Oblicz stosunek  $\frac{|AC|}{|CB|}$ .

**ZADANIE 29 (5 PKT)**

Dane są dwa przeciwległe wierzchołki kwadratu  $A = (1, -3)$ ,  $C = (-5, -1)$ . Wyznacz obwód tego kwadratu.

**ZADANIE 30 (5 PKT)**

Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznych kąta  $AOB$  oraz jego miarę, jeżeli  $O = (0, 0)$ ,  $A = (8, 0)$  oraz

- a)  $B = (8, 8)$
- b)  $B = (-8, 8)$
- c)  $B = (-8, 8\sqrt{3})$
- d)  $B = (8\sqrt{3}, -8)$

**ZADANIE 31 (5 PKT)**

Punkty  $A = (0, 4)$  i  $B = (6, 0)$  są końcami odcinka  $AB$ . Prosta  $y = x$  przecina odcinek  $AB$  w punkcie  $C$ . Oblicz stosunek  $\frac{|AC|}{|CB|}$ .

**ZADANIE 32 (5 PKT)**

Dany jest jeden koniec odcinka  $A = (-4, -7)$  i jego środek  $S = (5, -1)$ . Wyznacz współrzędne drugiego końca tego odcinka.

**ZADANIE 33 (5 PKT)**

Znajdź równanie okręgu stycznego do prostej  $k : x + y + 13 = 0$  i do prostej  $m : 7x - y - 5 = 0$  w punkcie  $A(1, 2)$ .

**ZADANIE 34 (5 PKT)**

Określ wzajemne położenie prostych  $k$  i  $l$  o równaniach

$$k : x - 3y + 2 = 0,$$

$$l : y = -\frac{4}{3}x + 1$$

## ZADANIE 35 (5 PKT)

Współrzędne przeciwległych wierzchołków prostokąta  $ABCD$  są równe  $A = (5, -3)$ ,  $C = (-7, 1)$ . Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków prostokąta wiedząc, że wierzchołek  $B$  leży na prostej  $y = 5$ .

## ZADANIE 36 (5 PKT)

Określ wzajemne położenie prostych  $k$  i  $l$  o równaniach

$$k : x - 3y + 2 = 0,$$

$$l : y = -\frac{4}{3}x + 1$$

## ZADANIE 37 (5 PKT)

Współrzędne przeciwległych wierzchołków prostokąta  $ABCD$  są równe  $A = (5, -3)$ ,  $C = (-7, 1)$ . Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków prostokąta wiedząc, że wierzchołek  $B$  leży na prostej  $y = 5$ .

## ZADANIE 38 (5 PKT)

Określ wzajemne położenie prostych  $k$  i  $l$  o równaniach

$$k : x - 3y + 2 = 0,$$

$$l : y = -\frac{4}{3}x + 1$$

## ZADANIE 39 (5 PKT)

Dana jest prosta  $k$  o równaniu  $x + y - 12 = 0$  oraz punkt  $M(-5; 9)$  wyznacz na prostej  $k$  takie punkty  $P$  i  $R$  aby  $|MP| = |PR| = 8$ .

## ZADANIE 40 (5 PKT)

Znajdź zbiór środków wszystkich okręgów stycznych wewnętrznie do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 = 4$  i stycznych do prostej o równaniu  $y = 0$ .