

WŁASNOŚCI FUNKCJI KLASA I LO

POZIOM ROZSZERZONY

ZADANIE 1

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = 3x - 1$.

- Rozwiąż nierówność $f(x + 3) \leq f(1 - x)$.
- Podaj maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x - x^2)$.

ZADANIE 2

Liczba a jest jedynym miejscem zerowym funkcji $y = f(x)$. Wyznacz miejsca zerowe funkcji: $y = f(x - 3)$.

ZADANIE 3

Wyznacz $f(x + 1)$ jeżeli $f(x - 1) = 2x^2 - 3x + 1$.

ZADANIE 4

- Narysuj wykresy funkcji $y = ||x + 3| - 2|$ oraz $y = -|x + 1|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.
- Wyznacz te wartości parametru m , dla których równanie $||x + 3| - 2| + |x + 1| = m$ ma dokładnie dwa rozwiązania.

ZADANIE 5

Znajdź wszystkie funkcje liniowe określone na zbiorze $\langle -4; 2 \rangle$, których zbiorem wartości jest przedział $\langle -2; 10 \rangle$.

ZADANIE 6

Zbadaj, na podstawie definicji, monotoniczność funkcji $f(x) = -0,5x^2$ w zbiorze R_+ .

ZADANIE 7

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -(x + 1)^2 + 2$.

ZADANIE 8

Funkcja f jest określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} -x - 4 & \text{dla } -7 \leq x < -3 \\ -1 & \text{dla } -3 \leq x < 0 \\ 4x - 1 & \text{dla } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- Podaj dziedzinę funkcji f .
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Naszkiuj wykres tej funkcji.
- Podaj zbiór wartości funkcji f .

ZADANIE 9

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$.

ZADANIE 10

Wyznacz dziedzinę funkcji określonej wzorem $f(x) = \sqrt{|x+3| - |x-5|}$.

ZADANIE 11

- Narysuj wykresy funkcji $y = ||x+3| - 2|$ oraz $y = -|x+1|$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.
- Wyznacz te wartości parametru m , dla których równanie $||x+3| - 2| + |x+1| = m$ ma dokładnie dwa rozwiązania.

ZADANIE 12

Dana jest funkcja $y = -x^2 + 4x$. Napisz wzór funkcji otrzymanej po przesunięciu danej funkcji o wektor $\vec{u} = [-2, 3]$. Narysuj oba wykresy.

ZADANIE 13

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |x^2 - 4| - 2x$. Określ liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m .

ZADANIE 14

Funkcja $f(x)$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ dana jest wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2}x + \frac{25}{2} & \text{dla } x < -3 \\ x^2 - 4 & \text{dla } -3 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{7}{2} & \text{dla } x \geq 1. \end{cases}$$

- Narysuj wykres funkcji $y = f(x)$.
- Odczytaj z wykresu rozwiązanie nierówności $f(x) < 0$.

ZADANIE 15

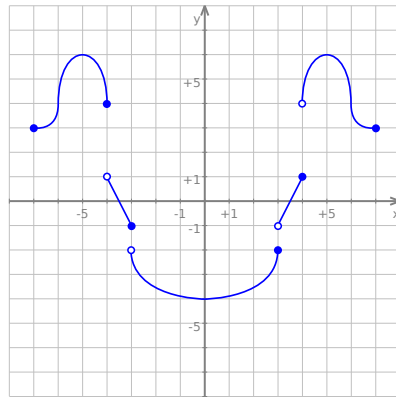
W prostokątnym układzie współrzędnych narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - \frac{\sqrt{9 - 6x + x^2}}{x - 3},$$

gdzie $x \in (-2, 3) \cup (3, +\infty)$.

ZADANIE 16

Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 7 \rangle$.



Odczytaj z wykresu:

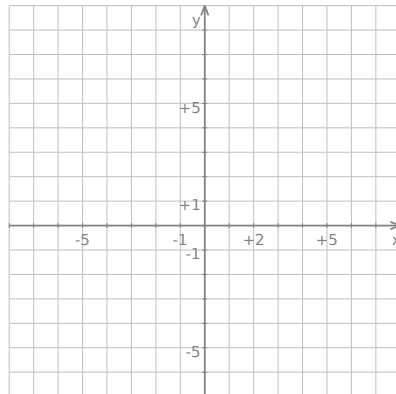
- rozwiązania równania $f(x - 1) = 1$;
- miejsca zerowe funkcji $y = f(x) + 2$;
- maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x)$.

ZADANIE 17

Naszkiuj wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{dla } x < -1 \\ 2x^2 - 3 & \text{dla } -1 \leq x < 2 \\ x + 3 & \text{dla } x \geq 2. \end{cases}$$

Odczytaj z wykresu maksymalne przedziały monotoniczności funkcji f .



ZADANIE 18

Narysuj wykres funkcji $f(x) = |x - 1| + 3$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$, a następnie na jego podstawie podaj liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru $m \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 19

Naszkiuj wykres funkcji $f(x) = x^2 - 3|x| + 2$.

ZADANIE 20

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + 1$. Znajdź wzór funkcji g , której wykres otrzymamy:

- przesuwając wykres funkcji o wektor $[-1; -3]$, a następnie otrzymany wykres przekształcając w symetrii względem osi Ox ;
- dokonując obu przekształceń z poprzedniego punktu, ale w odwrotnej kolejności.

ZADANIE 21

Naszkiej wykres funkcji: $f(x) = x\sqrt{x^2 - 4x + 4} - x|x + 2|$. Wyznacz wartość największą tej funkcji oraz jej maksymalne przedziały monotoniczności.

ZADANIE 22

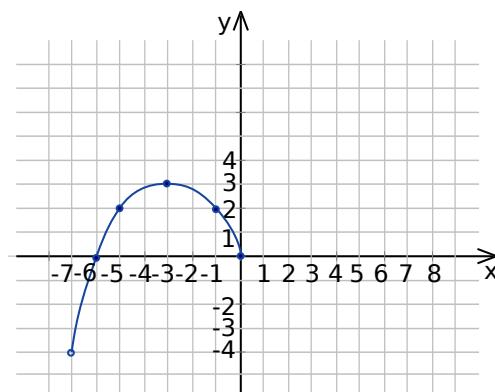
Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + x + 1$. Napisz wzór funkcji otrzymanej z f przez

- symetrię względem osi Ox ;
- symetrię względem osi Oy ;
- symetrię względem punktu $(0, 0)$.

ZADANIE 23

Poniżej znajduje się fragment wykresu funkcji $y = f(x)$. Wiedząc, że dziedziną tej funkcji jest przedział $(-7, 7)$ i wykres funkcji jest symetryczny względem punktu $O(0, 0)$, dorysuj brakującą część wykresu. Następnie na podstawie wykresu funkcji f podaj:

- zbiór wartości funkcji f
- maksymalne przedziały monotoniczności tej funkcji;
- wszystkie rozwiązania równania $f(x) = -x$.



ZADANIE 24

Naszkiej wykres funkcji $f(x) = |x - 1| + x$.

ZADANIE 25

Narysuj wykres funkcji $f(x) = 2|x| - |x + 1| - 2$.

ZADANIE 26

Naszkiuj wykres funkcji $f(x) = |x^2 - 4|$, a następnie określ liczbę rozwiązań równania $|x^2 - 4| = m$ w zależności od wartości parametru m .

ZADANIE 27

Dana jest funkcja $f(x) = |x - 1| - |x + 2|$ dla $x \in \mathbb{R}$.

- Wyznacz zbiór wartości funkcji f dla $x \in (-\infty, -2)$.
- Naszkiuj wykres tej funkcji.
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $f(x) = m$ nie ma rozwiązania.

ZADANIE 28

Wyznacz wzór funkcji, której wykres powstaje z wykresu funkcji: $f(x) = 2x^2 - 1$ dla $x \in \mathbb{R}$ przez przesunięcie o wektor $\vec{u} = [-1; 2]$.

ZADANIE 29

Naszkiuj wykres funkcji $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$, a następnie korzystając z otrzymanego wykresu ustal liczbę pierwiastków równania $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = m$ w zależności od parametru m , $m \in \mathbb{R}$.

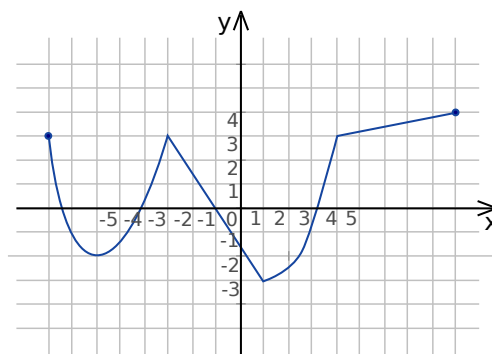
ZADANIE 30

Narysuj wykres funkcji $f(x) = x|x - 2| + x$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ i na jego podstawie odpowiedź na pytania.

- Jaki jest zbiór wartości funkcji?
- Dla jakich argumentów wartość funkcji wynosi 2?
- W jakich przedziałach funkcja jest rosnąca?
- Czy funkcja jest parzysta?

ZADANIE 31

Z danego wykresu funkcji $f(x)$ odczytaj



- a) zbiór wartości funkcji $f(x)$;
- b) rozwiązania równania $f(x) = 3$;
- c) maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x)$.

ZADANIE 32

Narysuj wykres funkcji $f(x) = ||x + 1| - 2|$.

ZADANIE 33

- a) Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} -0,5x + 2 & \text{dla } x \in \langle -4, 2 \rangle \\ 0,5x & \text{dla } x \in (2, 4). \end{cases}$$

- b) Na podstawie wykresu funkcji f narysuj wykres funkcji $g(x) = f(\frac{1}{2}x)$ i napisz jej wzór.
- c) Na podstawie wykresu funkcji f narysuj wykres funkcji $h(x) = f(|x|)$.

ZADANIE 34

Narysuj linię o równaniu $|x - 2| + |y| = 2$ i oblicz jej długość.