

STEREOMETRIA

ZADANIE 1

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a . Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę 45° . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.

ZADANIE 2

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a . Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę 45° . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.

ZADANIE 3

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny, którego kąt ostry ma miarę β . Wszystkie krawędzie boczne mają długość d i są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątem o mierze α . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 4

W ostrosłupie trójkątnym wszystkie krawędzie boczne i dwie krawędzie podstawy mają długość b , a kąt nachylenia krawędzi bocznej, przechodzącej przez wierzchołek wspólny równych krawędzi podstawy, do płaszczyzny podstawy ma miarę α . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 5

W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym poprowadzono płaszczyznę r wyznaczoną przez wysokość dolnej podstawy i ten z wierzchołków górnej podstawy, że płaszczyzna r z płaszczyzną podstawy graniastosłupa tworzy kąt o mierze $\alpha \neq 90^\circ$. Pole przekroju graniastosłupa wyznaczonego przez płaszczyznę r jest równe S . Oblicz objętość graniastosłupa.

ZADANIE 6

Odległość środka wysokości ostrosłupa prawidłowego trójkątnego od ściany bocznej jest równa d . Krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α . Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa.

ZADANIE 7

Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem, którego przekątna o długości d tworzy z wysokością kąt o mierze α .

- Wyprowadź wzór na objętość walca.
- Oblicz tę objętość dla $d = 8\sqrt[3]{2}$ i $\alpha = 60^\circ$.

ZADANIE 8

Trójkąt o bokach 3,5,7 jest podstawą graniastosłupa prostego, w który wpisano kulę. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

ZADANIE 9

Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa trójkątnego $ABCS$ o wierzchołku S mają długość $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$. Wiedząc, że $|\angle ASB| = 30^\circ$, $|BC| = \sqrt{3}$, $|AC| = 2$ oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 10

W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym poprowadzono płaszczyznę, która przechodzi przez dłuższą przekątną dolnej podstawy oraz przez jedną z krawędzi górnej podstawy. Płaszczyzna ta wyznacza przekrój graniastosłupa, który jest trapezem równoramiennym. Wiedząc, że w trapez ten można wpisać okrąg o promieniu 1, oblicz objętość graniastosłupa.

ZADANIE 11

Liczba wszystkich przekątnych podstaw i ścian bocznych pewnego graniastosłupa jest równa 110. Oblicz, ile krawędzi ma podstawa tego graniastosłupa.

ZADANIE 12

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest prostokąt $ABCD$, w którym $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$. Wszystkie krawędzie boczne tego ostrosłupa mają długość 1. Wyznacz wartość dowolnej funkcji trygonometrycznej kąta między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi tego ostrosłupa.

ZADANIE 13

Pole ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe S . Kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa ma miarę 2α . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 14

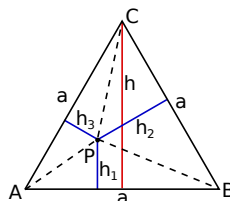
Oblicz cosinus kąta jaki tworzą dwie ściany czworoscianu foremego. Podaj przybliżoną miarę tego kąta.

ZADANIE 15

Wykaż, że jeśli wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa trójkątnego tworzą z podstawą kąty o równych miarach to spodek wysokości ostrosłupa jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie.

ZADANIE 16

Oto w jaki sposób można uzasadnić, że suma odległości dowolnego punktu P wewnątrz trójkąta równobocznego od boków tego trójkąta jest stała, tzn. nie zależy od wyboru tego punktu.



- a) Łączymy punkt P z wierzchołkami trójkąta i zapisujemy równość pól

$$P_{ABC} = P_{ABP} + P_{BCP} + P_{CAP}.$$

b) Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta

$$\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ah_1 + \frac{1}{2}ah_2 + \frac{1}{2}ah_3 = \frac{1}{2}a(h_1 + h_2 + h_3).$$

c) Wnioskujemy, że $h_1 + h_2 + h_3 = h$, a więc suma ta nie zależy od wyboru punktu P .

Postępując w analogiczny sposób wykaż, że suma odległości dowolnego punktu P wewnątrz czworobocianu foremnego od jego ścian jest stała, to znaczy nie zależy od wyboru punktu P .

ZADANIE 17

Przekrój stożka wyznaczony przez wierzchołek i cięciwę podstawy jest trójkątem równobocznym, o polu równym $36\sqrt{3}$. Płaszczyzna r , do której należy ten przekrój, tworzy z płaszczyzną podstawy stożka kąt o mierze równej 60° . Oblicz objętość stożka.

ZADANIE 18

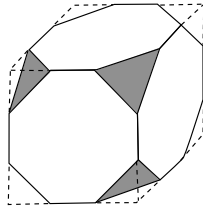
Rozwinięcie powierzchni bocznej stożka jest wycinkiem kołowym o kącie środkowym α . Kąt ten oparty jest na łuku długości a . Oblicz objętość stożka.

ZADANIE 19

Podstawą graniastostupa prostego jest trójkąt prostokątny równoramienny. Kąt między przekątnymi, wychodzącymi z tego samego wierzchołka, dwóch prostopadłych ścian bocznych, ma miarę 60° . Wiedząc, że objętość tego graniastostupa jest równa 32 cm^3 , oblicz pole powierzchni całkowitej tej bryły.

ZADANIE 20

W kostce mającej kształt sześcianu o boku 1 dm ścięto wszystkie naroża w ten sposób że wszystkie krawędzie nowopowstałej bryły mają tę samą długość. Obliczyć objętość otrzymanej bryły.

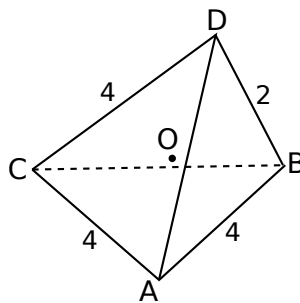


ZADANIE 21

W kulę o promieniu R wpisano stożek. Ze środka tej kuli widać tworzącą stożka pod kątem α . Oblicz objętość stożka.

ZADANIE 22

W czworobocianie $ABCD$ krawędź BD ma długość 2 , a wszystkie pozostałe krawędzie mają długość 4 .



- a) Oblicz odległość krawędzi BD od krawędzi AC .
- b) Wiedząc, że punkt O jest równoodległy od wszystkich wierzchołków czworościanu, oblicz długość odcinka OD .

ZADANIE 23

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna tworzy z krawędzią podstawy kąt α . Wyznacz cosinus kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi.

ZADANIE 24

W sferę o promieniu R wpisano ostrosłup prawidłowy trójkątny w ten sposób, że wszystkie wierzchołki ostrosłupa leżą na powierzchni sfery. Wiedząc, że krawędź boczna ostrosłupa ma długość 13, a krawędź podstawy długość $5\sqrt{3}$, oblicz R .

ZADANIE 25

Wysokość walca wpisanego w stożek jest równa promieniowi podstawy stożka. Stosunek objętości stożka do objętości walca wynosi 8:3. Oblicz tangens kąta zawartego między wysokością a tworzącą stożka.

ZADANIE 26

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD$ jest kwadrat $ABCD$. Pole trójkąta równoramiennego ACS jest równe 120 oraz $|AC| : |AS| = 10 : 13$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

ZADANIE 27

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez jego wysokość oraz przez dwie krawędzie boczne jest dwukrotnie większe od pola podstawy i wynosi $6\sqrt{3}$. Oblicz odległość spodka wysokości ostrosłupa od jego krawędzi bocznej.

ZADANIE 28

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 15 i 20 obraca się wokół przeciwprostokątnej. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tej bryły.

ZADANIE 29

Na płaskiej powierzchni położono trzy kule K_1, K_2, K_3 , każda o promieniu 2 tak, że kule K_1 i K_2 są styczne w punkcie P_3 , kule K_2 i K_3 są styczne w punkcie P_1 , a kule K_3 i K_1 są styczne w punkcie P_2 . Następnie położono na tych kulach kulę K_4 o promieniu 3, która jest styczna do kul K_1, K_2, K_3 odpowiednio w punktach S_1, S_2, S_3 .

- a) Uzasadnij, że odcinki P_1P_2 i S_1S_2 są równoległe.
- b) Oblicz obwód trapezu $P_1P_2S_1S_2$.

ZADANIE 30

Na płaskiej powierzchni położono trzy kule K_1, K_2, K_3 , każda o promieniu 2 tak, że kule K_1 i K_2 są styczne w punkcie P_3 , kule K_2 i K_3 są styczne w punkcie P_1 , a kule K_3 i K_1 są styczne w punkcie P_2 . Następnie położono na tych kulach kulę K_4 o promieniu 3, która jest styczna do kul K_1, K_2, K_3 odpowiednio w punktach S_1, S_2, S_3 .

- a) Uzasadnij, że odcinki P_1P_2 i S_1S_2 są równoległe.
- b) Oblicz obwód trapezu $P_1P_2S_1S_2$.

ZADANIE 31

Podstawą graniastostupa prawidłowego jest trójkąt, w którym wysokość ma długość $6\sqrt{3}$. Przekątne ścian bocznych wychodzące z jednego wierzchołka tworzą kąt α taki, że $\cos \alpha = \frac{7}{9}$. Oblicz objętość graniastostupa.

ZADANIE 32

Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem, którego przekątna ma długość 18 cm i tworzy z bokiem odpowiadającym wysokości walca kąt o mierze 60° . Oblicz objętość walca.

ZADANIE 33

Oblicz objętość graniastostupa prawidłowego trójkątnego, w którym krawędź podstawy ma długość 1, a przekątna ściany bocznej tworzy z sąsiednią ścianą kąt o mierze 30° .

ZADANIE 34

W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisano kulę o promieniu r . Ściana boczna ostrosłupa nachylona jest do płaszczyzny podstawy pod kątem 2α . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 35

W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisujemy graniastostupy prawidłowe czworokątne w ten sposób, że dolna podstawa graniastostupa zawiera się podstawie ostrosłupa, a każdy z wierzchołków górnej podstawy należy do jednej z krawędzi bocznych ostrosłupa. Wiedząc, że każda z krawędzi ostrosłupa ma długość 6, oblicz jaka jest maksymalna możliwa powierzchnia boczna graniastostupa.

ZADANIE 36

Podstawą ostrosłupa jest romb o boku długości 18cm. Każda ze ścian bocznych tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45° . Pole powierzchni bocznej ostrosłupa jest równe 432cm^2 . Oblicz jego objętość.

ZADANIE 37

Tangens kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równy $\frac{2}{3}$. Oblicz tangens nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa.

ZADANIE 38

Wysokość ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 cm i stanowi $\frac{3}{2}$ długości krawędzi podstawy.

- a) Oblicz miarę kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy.
- b) Oblicz objętość ostrosłupa

ZADANIE 39

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym pole podstawy jest równe S , a kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę α . Ostrosłup przecięto płaszczyzną zawierającą krawędź boczną tego ostrosłupa i przechodzącą przez środek rozłącznej z nią krawędzi podstawy. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

ZADANIE 40

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym przeciwległe krawędzie boczne są prostopadłe, a wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka ostrosłupa ma długość $3\sqrt{3}$. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/3717_6241R](http://www.zadania.info/3717_6241R)