

FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA

ZADANIE 1

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji

$$f(x) = \log[(m^2 + m - 6)x^2 + (m - 2)x + 1]$$

jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.

ZADANIE 2

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_x \frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 4}$.

ZADANIE 3

Wyznacz te wartości parametru k , dla których dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{\log(x^2 + 4x + k)}$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

ZADANIE 4

Określ dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{8-2^x}}{\log x}$.

ZADANIE 5

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{2 \cos x}(9 - x^2)$ i zapisz ją w postaci sumy przedziałów liczbowych.

ZADANIE 6

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{\frac{3-x}{2+x}} \left(\frac{x^2 - x - 2}{x - 2} \right)^3$

ZADANIE 7

Oblicz wartość funkcji $f(x) = |1 - 2^{x-3}|$ dla argumentu

$$x = \log_{13} \left(\log_{12}^2 8 + \log_{12} 64 \cdot \log_{12} 18 + \log_{12}^2 18 + 49 \right)^{\frac{1}{\log_3 7}}$$

ZADANIE 8

Wykaż, że liczba $a = \log_{2\sqrt{2}} 8 - \log_{\frac{1}{2}} 0,25$ jest liczbą wymierną.

ZADANIE 9

Oblicz $36^{\log_6 5 - \frac{1}{4}}$.

ZADANIE 10

Udowodnij, że jeśli liczby dodatnie a i b spełniają warunek $a^2 + b^2 = 23ab$, to $\log_5(a + b) = \log_5 \sqrt{ab} + 1$.

ZADANIE 11

Oblicz $\log_2 3 \cdot \log_3 4$.

ZADANIE 12

Uporządkuj rosnąco liczby $a = \frac{1}{2 \log_3 2} + \frac{1}{\log_5 4}$, $b = \log_5 15$, $c = 3^{\log_9 4}$.

ZADANIE 13

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\log_6^2 3 + \log_6 16}{\log_6 3 \cdot \log_6 48 + \log_6^2 4}$.

ZADANIE 14

Wykaż, że dla liczb spełniających odpowiednie założenia (podaj te założenia) prawdziwy jest wzór: $\log_a b = \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b}$.

ZADANIE 15

Udowodnij, że liczby $2^{\log_3 5}$ i $5^{\log_3 2}$ są równe.

ZADANIE 16

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór punktów (x, y) , dla których współrzędne spełniają nierówność $\log_x \log_y x > 0$.

ZADANIE 17

Rozwiąż graficznie nierówność $2^{x+\frac{1}{2}} - 1 \leq \log_{\frac{1}{2}} x$.

ZADANIE 18

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór wszystkich punktów (x, y) , których współrzędne spełniają nierówność $\log_{(x-y)}(x+y) \leq 1$.

ZADANIE 19

W prostokątnym układzie współrzędnych zaznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których współrzędne spełniają warunek: $\log_x(x^2 - y) < 1 + \log_x 2$.

ZADANIE 20

Dana jest funkcja $f(x) = (2x^2 - 1)(x + 1)$

- Rozwiąż równanie $f(\sin x) = 0$.
- Rozwiąż nierówność $f(2^x) < 2^x + 1$.

ZADANIE 21

Rozwiąż równanie $(0,5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$.

ZADANIE 22

Dane jest równanie $|\frac{1}{2^x} - 4| = p$ z parametrem p . Wyznacz liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru p .

ZADANIE 23

Funkcja f dana jest wzorem

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2-x}$$

Określ dziedzinę funkcji f i naszkicuj jej wykres w przedziale $\langle -6, 0 \rangle$.

ZADANIE 24

Dana jest funkcja $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - a) + b$. Wyznacz wartości parametrów a i b , jeśli wiesz, że dziedziną funkcji jest przedział $(5, +\infty)$ i do wykresu należy punkt $A = (5\frac{1}{8}, 9)$. Podaj wzór tej funkcji.

ZADANIE 25

Naszkicuj wykresy funkcji $f(x) = 1 + \log_3(\sqrt{3}x)$ i $g(x) = \log_5 \frac{5\sqrt{5}}{x}$, gdzie $x \in (0, +\infty)$. Odczytaj z wykresów zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \leq g(x)$.

ZADANIE 26

Dana jest funkcja $f(x) = \log_x 2$.

- Określ dziedzinę funkcji $f(x)$.
- Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = \frac{1}{|f(x+3)|} + 1$.
- Odczytaj z wykresu maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $g(x)$.

ZADANIE 27

Wykres funkcji 3^{-x} przesunięto o wektor $\vec{v} = [3, a]$ otrzymując wykres funkcji $g(x)$. Wiedząc, że wykresy funkcji $g(x)$ i $\log_7 x$ przecinają się na osi OX oblicz a . Narysuj wykres funkcji $g(x)$.