

PLANIMETRIA 2

ZADANIE 1

W rombie jedna z przekątnych jest dłuższa od drugiej o 3 cm. Dla jakich długości przekątnych pole rombu jest większe od 5cm^2 ?

Odp.:

ZADANIE 2

Czy istnieje taki wielokąt, który ma 2 razy więcej przekątnych niż boków?

Odp.:

ZADANIE 3

Do dwóch okręgów o promieniach długości 3cm i 10cm poprowadzono wspólną styczną tak, że okręgi znajdują się po różnych stronach tej stycznej. Odległość między środkami okręgów wynosi 39 cm. Oblicz długość odcinka między punktami styczności.

Odp.:

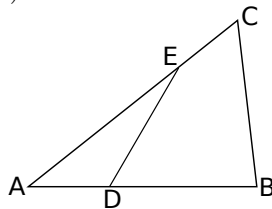
ZADANIE 4

Wyznacz promień okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny o ramieniu długości b i kącie o mierze α przy podstawie.

Odp.:

ZADANIE 5

Na bokach AB i AC trójkąta ABC , który nie jest równoramienny, wybrano takie punkty D i E , że $|AD| : |DB| = 1 : k$ oraz $|AE| : |EC| = k : 1$, dla $k \in (0, +\infty)$.



- Wyznacz wzór funkcji $f(k)$, która jest zdefiniowana jako stosunek pól trójkątów ADE i ABC .
- Wiedząc że $\frac{|AB|}{|AC|} = m$, dla $m \in (0, 1)$ wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których trójkąty ADE i ABC są podobne.

Odp.:

ZADANIE 6

Pole trapezu jest równe P , a stosunek długości podstaw trapezu wynosi 2. Przekątne dzielą ten trapez na cztery trójkąty. Oblicz pole każdego z tych trójkątów.

Odp.:

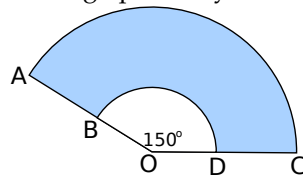
ZADANIE 7

Suma długości dwóch boków trójkąta wynosi 6 cm, a miara kąta pomiędzy tymi bokami wynosi 60° . Jaka najmniejszą wartość ma obwód tego trójkąta.

Odp.:

ZADANIE 8

Rysunek przedstawia kształt obszaru zakreślonego przez wycieraczkę samochodową.



Wiedząc, że $|\angle AOC| = 150^\circ$ oraz $|AB| = |BO| = 0,3$ m oblicz jakie jest pole obszaru oczyszczanego przez wycieraczkę. Przyjmując, że $\pi \approx 3,14$ podaj wynik z dokładnością do 0,01 m.

Odp.:

ZADANIE 9

W trapezie równoramiennym, który nie jest równoległobokiem, ramię ma długość 7 cm, a przekątna 8 cm. Oblicz długości podstaw trapezu wiedząc, że odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 4 cm.

Odp.:

ZADANIE 10

W trapezie równoramiennym długość krótszej podstawy wynosi 9 cm, przekątnej 17 cm a ramienia 10 cm. Oblicz jego pole.

Odp.:

ZADANIE 11

Punkt E leży na ramieniu BC trapezu $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$. Udowodnij, że $\angle AED = \angle BAE + \angle CDE$.

Odp.:

ZADANIE 12

Dane jest koło o promieniu długości 16 cm. W kole tym poprowadzono cięciwę opartą na łuku odpowiadającym kątowi środkowemu o mierze 120° . Znajdź odległość tej cięciwy od środka koła.

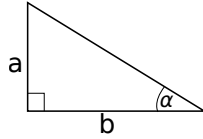
Odp.:

ZADANIE 13

Dany jest trójkąt prostokątny, w którym a, b oznaczają długości przyprostokątnych, α jest miarą kąta ostrego leżącego naprzeciw przyprostokątnej a . Wiadomo, że $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$. Oblicz

a) tangens kąta α ;

b) wartość wyrażenia $3 \cdot \frac{a}{a-b} + 2 \cdot \frac{b^2}{a^2+b^2}$.



Odp.:

ZADANIE 14

Podaj wymiary prostokąta, którego boki różnią się o 6 cm, a przekątna ma długość 30 cm.

Odp.:

ZADANIE 15

Dany jest równoramienny trójkąt prostokątny, którego przeciwprostokątna ma długość 2. Bok AB prostokąta $ABCD$ zawiera się w przeciwprostokątnej tego trójkąta, zaś punkty C i D należą do przyprostokątnych. Oblicz długości boków prostokąta $ABCD$ wiedząc, że kwadrat długości jego przekątnej AC ma wartość najmniejszą z możliwych.

Odp.:

ZADANIE 16

Liczby $x - 1, x, 5$ są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz x .

Odp.:

ZADANIE 17

Z punktu A leżącego na okręgu o promieniu $r = 6$ cm i środku O poprowadzono dwie równej długości cięciwy AB i AC tworzące kąt 30° . Oblicz pole czworokąta $ABOC$.

Odp.:

ZADANIE 18

W prostokącie połączono środki sąsiednich boków. Powstały w ten sposób romb ma obwód 40 cm i pole równe 96 cm². Oblicz długości boków prostokąta.

Odp.:

ZADANIE 19

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego ABC mają długości 12 i 6. Oblicz długość promienia okręgu stycznego do obu przyprostokątnych, którego środek O leży na przeciwprostokątnej, oraz oblicz odległości środka O od wierzchołków trójkąta ABC .

Odp.:

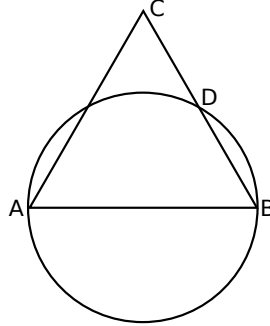
ZADANIE 20

Jaki warunek musi spełniać liczba x , aby istniał trójkąt o bokach $2x, x, 4$?

Odp.:

ZADANIE 21

Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Okrąg o średnicy AB przecina bok BC w punkcie D .

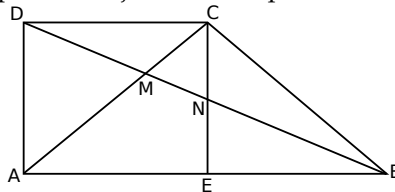


Wykaż, że $|CD| = |DB|$.

Odp.:

ZADANIE 22

Punkt M jest punktem wspólnym przekątnych trapezu prostokątnego $ABCD$. Punkt N jest punktem wspólnym przekątnej BD i wysokości CE opuszczonej na dłuższą podstawę AB . Wykaż, że $|DM|^2 = |MN| \cdot |MB|$.



Odp.:

ZADANIE 23

Udowodnij, że trzy środkowe rozcinają trójkąt na sześć części o równych polach.

Odp.:

ZADANIE 24

Dany jest trójkąt prostokątny o polu $2\sqrt{3}$ i kącie ostrym 30° . Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta.

Odp.:

ZADANIE 25

Liczba przekątnych wielokąta wypukłego, w którym jest n boków i $n \geq 3$ wyraża się wzorem $P_n = \frac{n(n-3)}{2}$.

- Oblicz liczbę przekątnych w dwudziestokacie wypukłym.
- Oblicz, ile boków ma wielokąt wypukły, w którym liczba przekątnych jest pięć razy większa od liczby boków.
- Sprawdź, czy jest prawdziwe następujące stwierdzenie: *Każdy wielokąt wypukły o parzystej liczbie boków ma parzystą liczbę przekątnych.* Odpowiedź uzasadnij.
- Uzasadnij, że jeżeli liczba boków wielokąta wypukłego jest nieparzysta, to liczba jego przekątnych jest wielokrotnością liczby jego boków.

Odp.:

ZADANIE 26

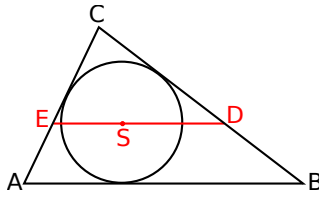
Kąt ostry między przekątnymi równoległoboku $ABCD$ ma miarę 60° . Przekątna AC ma długość 6, a przekątna BD jest prostopadła do boku AD . Oblicz długości boków równoległoboku.

Odp.:

ZADANIE 27

Przez środek S okręgu wpisanego w trójkąt ABC poprowadzono prostą równoległą do boku AB , która przecina boki CA i CB odpowiednio w punktach E i D .

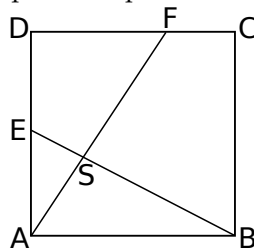
Wykaż, że $|ED| = |EA| + |DB|$.



Odp.:

ZADANIE 28

Na bokach AD i CD kwadratu $ABCD$ o boku długości 1 wybrano punkty E i F w ten sposób, że $AE = \frac{1}{k}$ i $DF = \frac{1}{m}$, dla $k, m \in (1, +\infty)$. Niech S będzie punktem przecięcia odcinków AF i BE



a) Wykaż, że jeżeli trójkąt ABS jest prostokątny to $k = m$.

b) Oblicz cosinus kąta ASB jeżeli $k = 3$ i $m = 2$.

Odp.:

ZADANIE 29

Krótsza przekątna rombu o długości $8\sqrt{3}$ cm dzieli go na dwa trójkąty równoboczne. Oblicz pole rombu.

Odp.:

ZADANIE 30

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym boki AB i BC są prostopadłe. Dwusieczne kątów A i D przecinają się w punkcie S leżącym na boku BC . Wykaż, że $|BS| = |SC|$.

Odp.:

ZADANIE 31

W okręgu o promieniu 5 poprowadzono dwie równoległe cięciwy o długościach 6 i 8. Oblicz odległość między tymi cięciwami.

Odp.:

ZADANIE 32

Dany jest pięciokąt foremny $ABCDE$ o boku długości a . Wiedząc, że $\cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

- a) wykaż, że długość przekątnej pięciokąta $ABCDE$ jest równa $\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$;
- b) oblicz długość promienia okręgu wpisanego w pięciokąt $ABCDE$.

Odp.:

ZADANIE 33

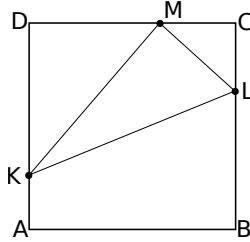
Dany jest trójkąt o wymiarach $a = 8$ cm, $b = 12$ cm, $c = 16$ cm. Oblicz obwód trójkąta podobnego w skali 5.

Odp.:

ZADANIE 34

Na bokach AD , DC i CB kwadratu $ABCD$ wybrano punkty K , M i L ten sposób, że $|DK| = 2|KA|$, $|DM| = 2|MC|$, oraz $|BL| = 2|LC|$.

- Uzasadnij, że trójkąt KLM jest prostokątny.
- Oblicz tangensy kątów ostrych trójkąta KLM .



Odp.:

ZADANIE 35

Pole rombu jest równe 120. Gdyby zwiększyć długości jego przekątnych odpowiednio o 2 i 5 to pole wzrosłoby o 55. Oblicz obwód rombu. Podaj wszystkie możliwe odpowiedzi.

Odp.:

ZADANIE 36

W trójkącie równobocznym ABC połączono środki wysokości otrzymując trójkąt KLM . Oblicz stosunek pól trójkątów ABC i KLM .

Odp.:

ZADANIE 37

Liczby 4, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c .

Odp.:

ZADANIE 38

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ niebędący równoległobokiem. Punkty M, N są odpowiednio środkami boków AB i CD . Punkty P, Q są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD . Uzasadnij, że $MQ \parallel PN$.

Odp.:

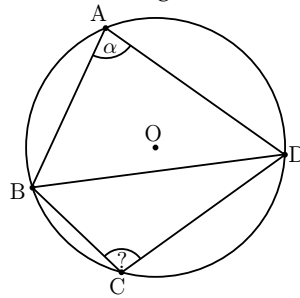
ZADANIE 39

W prostokącie $ABCD$, w którym stosunek długości boków AB i BC jest równy $4:3$, poprowadzono dwusieczne kątów ADB i BDC . Dwusieczne te przecinają boki AB i CB odpowiednio w punktach K i M . Oblicz stosunek pola prostokąta $ABCD$ do pola trójkąta DKM .

Odp.:

ZADANIE 40

Wszystkie wierzchołki czworokąta $ABCD$ leżą na okręgu oraz $\angle A = \alpha$. Oblicz miarę kąta $\angle C$.



Odp.:

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/5098_4851R](http://www.zadania.info/5098_4851R)