

ZADANIE 1

Wielomian W jest wielomianem stopnia 5 i spełnia warunki: $W(3) = 1$ oraz $W(-3) = 2$. Wykaż, że nie wszystkie współczynniki wielomianu W są liczbami całkowitymi.

ZADANIE 2

Wielomian $W(x) = (2x^3 + 3x - 6)^{2004}$, po wykonaniu potęgowania i dokonaniu redukcji wyrazów podobnych, zapisano w postaci $W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$. Oblicz sumę $a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0$.

ZADANIE 3

Wyznacz te argumenty, dla których funkcja $f(x) = x^6 + 6x^3 - 5$ osiąga wartość najmniejszą.

ZADANIE 4

Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej x wartość wielomianu $W(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$ jest liczbą podzielną przez 120.

ZADANIE 5

Wielomian $W(x) = (x^4 - 9x^2 + 7)^{2005}$, po wykonaniu potęgowania i dokonaniu redukcji wyrazów podobnych, zapisano w postaci $W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$. Oblicz sumę $a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0$.

ZADANIE 6

Dana jest funkcja $f(x) = x^3 - 3x$ dla $x \in (1, +\infty)$. Zbadaj na podstawie definicji monotoniczność tej funkcji w przedziale $(1, +\infty)$.

ZADANIE 7

Dane są wielomiany $W(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$ i $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$.

- Wyznacz współczynniki a, b, c tak, aby $W(x) = P(x)$.
- Przedstaw wielomian $W(x)$ jako iloczyn wielomianów liniowych.

ZADANIE 8

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + kx^2 + 4x - 8$.

- Wyznacz wartość k tak, aby reszta z dzielenia wielomianu W przez dwumian $x + 1$ była równa -6 .
- Dla znalezionej wartości k rozłóż wielomian na czynniki liniowe.
- Dla znalezionej wartości k rozwiąż nierówność $W(x + 1) \leq -3x^3 + 5x - 2$.

ZADANIE 9

Wyznacz współczynniki a, b wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że dla każdego $x \in \mathbb{R}$ prawdziwa jest równość: $W(x - 1) - W(x) = -3x^2 + 3x - 6$.

ZADANIE 10

Wielomian W dany jest wzorem $W(x) = x^3 + ax^2 - 4x + b$.

- Wyznacz a, b oraz c tak, aby wielomian W był równy wielomianowi P , gdy $P(x) = x^3 + (2a + 3)x^2 + (a + b + c)x - 1$.
- Dla $a = 3$ i $b = 0$ zapisz wielomian W w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

ZADANIE 11

Rozłóż wielomian $W(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ na czynniki liniowe.

ZADANIE 12

Korzystając z definicji funkcji różnowartościowej wykaż, że funkcja f określona wzorem $f(x) = x^3 + 2x - 3$ jest różnowartościowa.

ZADANIE 13

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = W(x) - x^3$, gdzie $W(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 3$.

ZADANIE 14

Dla każdej liczby rzeczywistej x obliczamy różnicę sześcianów liczb: o 1 mniejszej od x oraz o 2 większej od x . Zapisz wzór otrzymanej w ten sposób funkcji i wyznacz jej wartość największą.

ZADANIE 15

Sprawdź, czy równe są wielomiany $W_1(x) = (x + 2)^3 - (2x + 3)(2x - 3)$ i $W_2(x) = (x - 5)(x^2 + 1) + 7x^2 + 11x + 22$.

ZADANIE 16

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 5x^2 - 9x + 45$.

- Sprawdź, czy punkt $A = (1, 30)$ należy do wykresu tego wielomianu.
- Zapisz wielomian W w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

ZADANIE 17

Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 - 14x + b$.

- Dla $a = 0$ i $b = 0$ otrzymamy wielomian $W(x) = 2x^3 - 14x$. Rozwiąż równanie $2x^3 - 14x = 0$.
- Dobierz wartości a i b tak, aby wielomian $W(x)$ był podzielny jednocześnie przez $x - 2$ oraz $x + 3$.

ZADANIE 18

Wielomiany $W(x) = ax(x + b)^2$ i $V(x) = x^3 + 2x^2 + x$ są równe. Oblicz a i b .

ZADANIE 19

Dany jest wielomian $W(x) = 10x^3 + 15x^2 + 7x + 1$.

- Zapisz wielomian $W(x)$ jako iloczyn wielomianów liniowych.
- Określ dziedzinę funkcji $f(x) = \log_3(-x) + \log_3\left(-\frac{W(x)}{x}\right)$.

ZADANIE 20

Wielomiany $W(x) = ax(x+b)^2$ i $V(x) = x^3 + 2x^2 + x$ są równe. Oblicz a i b .

ZADANIE 21

Sprawdź, czy równe są wielomiany $W_1(x) = (x+2)^3 - (2x+3)(2x-3)$ i $W_2(x) = (x-5)(x^2+1) + 7x^2 + 11x + 22$.

ZADANIE 22

Dla każdej liczby rzeczywistej x obliczamy różnicę sześcianów liczb: o 1 mniejszej od x oraz o 2 większej od x . Zapisz wzór otrzymanej w ten sposób funkcji i wyznacz jej wartość największą.

ZADANIE 23

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = W(x) - x^3$, gdzie $W(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 3$.

ZADANIE 24

Korzystając z definicji funkcji różnowartościowej wykaż, że funkcja f określona wzorem $f(x) = x^3 + 2x - 3$ jest różnowartościowa.

ZADANIE 25

Dana jest funkcja $f(x) = x^3 - 3x$ dla $x \in (1, +\infty)$. Zbadaj na podstawie definicji monotoniczność tej funkcji w przedziale $(1, +\infty)$.

ZADANIE 26

Dane są wielomiany $W(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$ i $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$.

- Wyznacz współczynniki a, b, c tak, aby $W(x) = P(x)$.
- Przedstaw wielomian $W(x)$ jako iloczyn wielomianów liniowych.

ZADANIE 27

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + kx^2 + 4x - 8$.

- Wyznacz wartość k tak, aby reszta z dzielenia wielomianu W przez dwumian $x+1$ była równa -6 .
- Dla znalezionej wartości k rozłóż wielomian na czynniki liniowe.
- Dla znalezionej wartości k rozwiąż nierówność $W(x+1) \leq -3x^3 + 5x - 2$.

ZADANIE 28

Wyznacz współczynniki a, b wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że dla każdego $x \in \mathbb{R}$ prawdziwa jest równość: $W(x - 1) - W(x) = -3x^2 + 3x - 6$.

ZADANIE 29

Wielomian W dany jest wzorem $W(x) = x^3 + ax^2 - 4x + b$.

- Wyznacz a, b oraz c tak, aby wielomian W był równy wielomianowi P , gdy $P(x) = x^3 + (2a + 3)x^2 + (a + b + c)x - 1$.
- Dla $a = 3$ i $b = 0$ zapisz wielomian W w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

ZADANIE 30

Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 - 14x + b$.

- Dla $a = 0$ i $b = 0$ otrzymamy wielomian $W(x) = 2x^3 - 14x$. Rozwiąż równanie $2x^3 - 14x = 0$.
- Dobierz wartości a i b tak, aby wielomian $W(x)$ był podzielny jednocześnie przez $x - 2$ oraz $x + 3$.

ZADANIE 31

Przedstaw wielomian $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/7772_3321R](http://www.zadania.info/7772_3321R)