PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

10 MARCA 2018

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})^3$ jest równa

A) $6+15\sqrt[3]{16}$ B) $6+6\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}$ C) $2+6\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}$ D) $18+6\sqrt[3]{4}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Równanie $|x-|x||=1$? ma

A) nieskończenie wiele rozwiązań.
B) jedno rozwiązanie.
C) dwa rozwiązania.
D) zero rozwiązań.

ZADANIE 3 (1 PKT)

Jeżeli α jest takim kątem rozwartym, że $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$, to liczba $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ jest równa

A) $\frac{-7\sqrt{2}}{10}$ B) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D) $\frac{-\sqrt{2}}{10}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dane są punkt $B=(2,-9)$ i wektor $\vec{v}=[-10,6]$. Punkt A, taki, że $2\overrightarrow{AB}+\vec{v}=\vec{0}$, ma współrzędne

A) $A=(-3,-6)$ B) $A=(5,-8)$ C) $A=(-4,-8)$ D) $A=(12,24)$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{2x^2+4}{x^2-3}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq\pm\sqrt{3}$. Wówczas pochodna tej funkcji dla argumentu $x=\sqrt{5}$ jest równa

A) $-10\sqrt{5}$ B) $-5\sqrt{5}$ C) $20\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę funkcji $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-2x}{\sqrt{x+2}-2}$.

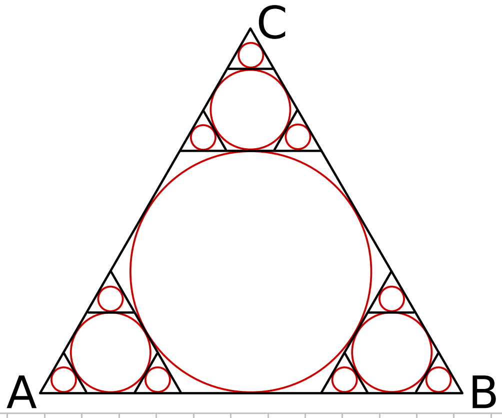
ZADANIE 7 (3 PKT)

Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^2y^2 + 3x^2 + 3y^2 - 12xy + 9 > 0.$$

ZADANIE 8 (3 PKT)

W trójkąt równoboczny ABC o boku długości 1 wpisano koło. Prowadzimy proste równoległe do boków trójkąta ABC i styczne do koła wpisanego. Proste te odcinają od trójkąta ABC trzy trójkąty równoboczne. W każdy z nich wpisujemy koło i postępujemy analogicznie jak z kołem wpisanym w trójkąt ABC. Czynność tę powtórzono nieskończenie wiele razy. Oblicz sumę pól wszystkich otrzymanych w ten sposób kół.



ZADANIE 9 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli odcinki łączące środki przeciwległych boków czworokąta są prostopadłe, to przekątne tego czworokąta mają równe długości.

ZADANIE 10 (4 PKT)

Między liczby -4 i 36 wstaw dwie liczby tak, aby trzy pierwsze tworzyły ciąg arytmetyczny, a trzy ostatnie ciąg geometryczny.

Zadanie 11 (4 pkt)

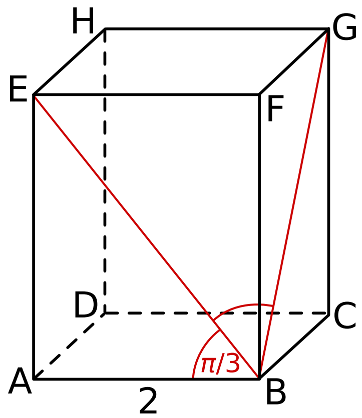
Karol do szyfrowania swoich danych postanowił używać pięciocyfrowych liczb naturalnych n, które mają co najmniej jedną z dwóch cech: w zapisie dziesiętnym liczby n występuje przynajmniej jedna z cyfr: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, lub liczba n nie jest podzielna przez 3. Ile jest takich liczb pięciocyfrowych?

ZADANIE 12 (4 PKT)

W urnie jest 7 kul czarnych i 3 białe. Losujemy z tej urny pięć razy po jednej kuli i po każdym losowaniu wkładamy wylosowaną kulę z powrotem do urny oraz dokładamy do urny dwie kule w kolorze wylosowanej kuli. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwa razy wylosujemy kulę białą.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Przekątna BE ściany bocznej prostopadłościanu $ABCDEFGH$ tworzy z krawędzią podstawy AB kąt o mierze $\frac{\pi}{3}$. Przekątne BE i BG ścian bocznych tworzą kąt, którego cosinus jest równy $\frac{\sqrt{3}}{4}$, a krawędź AB podstawy ma długość 2. Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie EBG.



ZADANIE 14 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$x^2 + (4 - 3m)x + 2m^2 - 6m + 5 = 0$$

ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(1, +\infty)$.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ i zarazem prostopadłych do prostej $x - 2y + 3 = 0$.

ZADANIE 16 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których pole powierzchni całkowitej jest równe P. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, który ma największą objętość. Podaj tę największą objętość.