

ZADANIE 1 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli  $\sin \alpha - \cos \alpha$  jest liczbą wymierną to wymierna jest również liczba  $\cos 4\alpha$ .

ZADANIE 2 (5 PKT)

Wyznacz największą wartość funkcji

$$f(x) = \sqrt{9 - 4 \sin^2 2x - 8 \cos^2 x} - 3.$$

ZADANIE 3 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji:  $f(x) = \cos 2x - 2 \sin x$ , gdzie  $x \in \mathbb{R}$ .

ZADANIE 4 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji

$$f(x) = 2 - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 3 \sin^2 x - \cos^2 x.$$

ZADANIE 5 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji

$$f(x) = 2 - 6 \sin x \cos x - 3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x.$$

ZADANIE 6 (5 PKT)

Oblicz możliwe wartości wyrażenia  $\sin \alpha - \cos \alpha$  wiedząc, że  $\sin \alpha \cos \alpha = 0,25$ .

ZADANIE 7 (5 PKT)

Posługując się wykresem funkcji  $f(x) = \cos 2x$  dla  $x \in (-\pi, \frac{3\pi}{2})$ , rozwiąż nierówność  $\cos 2x < \sin \alpha$  wiedząc, że miara kąta  $\alpha$  jest równa mierze łukowej kąta środkowego okręgu opartego na  $\frac{5}{12}$  okręgu.

ZADANIE 8 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność  $\operatorname{ctg} x < 2 - \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ , gdzie  $x \in (0; 2\pi)$ ;

ZADANIE 9 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność  $2 \cos^2 x + \sin x > 1$ , gdzie  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .

ZADANIE 10 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność  $\sin^3 x \cos x - \cos^3 x \sin x < \frac{1}{4}$ , gdzie  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .

ZADANIE 11 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność  $\frac{\sin x + \cos x}{\cos 2x} > 0$ , gdzie  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .

ZADANIE 12 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność  $\sin 2x \leq 2 \sin x$ .

ZADANIE 13 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność:  $\frac{\cos x - 1}{x} > 3$  dla  $x \in (0; 2\pi)$ .

ZADANIE 14 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $4 \cos^2 x = 4 \sin x + 1$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

ZADANIE 15 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $k$  równanie  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{2k+1}{k-1}$  ma rozwiązanie?

ZADANIE 16 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \log(m-1) - \log(3-m)$  ma rozwiązania.



ZADANIE 17 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $3 \sin^2 x = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$  w przedziale  $(0, \pi)$ .

ZADANIE 18 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $2 \cos \alpha - \sqrt{2} = 0$ , gdy  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

ZADANIE 19 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $3 \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\sin x} + 1 = 0$ .

ZADANIE 20 (5 PKT)

Rozwiąż równanie:  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 4 \cos x \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}$ .

ZADANIE 21 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania  $\frac{\operatorname{tg} x}{\cos x} - 2 \sin x = 0$ .

ZADANIE 22 (5 PKT)

Dana jest funkcja  $f(x) = \frac{1+\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$  dla  $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \rangle$ .

- a) Rozwiąż równanie  $f(x) = 2$ .
- b) Wyznacz najmniejszą wartość funkcji  $f(x)$ .

ZADANIE 23 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin x \sin 2x + 4 \cos x = \sin 2x$

ZADANIE 24 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin x + \cos x = 1$ .

ZADANIE 25 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin x + \cos x = 1$ .

ZADANIE 26 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin x + \cos x = 1$ .

ZADANIE 27 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin x + \cos x = 1$ .

ZADANIE 28 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin 3x = \frac{1}{2}$ .

ZADANIE 29 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\operatorname{tg} x - 1 = \sin x - \cos x$ .

ZADANIE 30 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości parametru  $m$ , dla których równanie:  $\cos 2x - \cos x = m$  ma rozwiązania.

ZADANIE 31 (5 PKT)

Dana jest funkcja  $f(x) = \cos x$ . Rozwiąż równanie  $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3}f(x) - 1 = 0$ .

ZADANIE 32 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $2 \sin^4 x = \sin^2 x$ .



ZADANIE 33 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $3 \operatorname{tg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 3 = 0$ .

ZADANIE 34 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\operatorname{tg}^2 2x = 1$ .

ZADANIE 35 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $b$  istnieje kąt  $\alpha$  taki, że  $\sin \alpha = 2b + 1$ ?

ZADANIE 36 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $4 \cos x \sin^2 x - 3 \cos x = 0$ .

ZADANIE 37 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\frac{2\sin^2 x + (\sqrt{3}-1)\sin 2x}{1+\cos 2x} = \sqrt{3}$ .

ZADANIE 38 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin 4x}$  w przedziale  $\langle -\pi, \pi \rangle$ .

ZADANIE 39 (5 PKT)

Oblicz sumę stu najmniejszych dodatnich rozwiązań równania  $\sin 2x = \cos x$ .

ZADANIE 40 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$ .

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie  
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/8590\\_8781R](http://www.zadania.info/8590_8781R)