

ZADANIE 1

Wiedząc, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = 4\sqrt{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{3} + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 2

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$.

ZADANIE 3

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 3$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^2 \alpha}$.

ZADANIE 4

Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α jeżeli $\sin \alpha = 0,6$.

ZADANIE 5

Wyznacz $\sin 2x$ i $\cos 2x$ jeśli wiadomo że $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ i $\operatorname{tg} x = -5$.

ZADANIE 6

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{4 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{3 \cos \alpha + 5 \sin \alpha}$.

ZADANIE 7

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{7 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{\cos \alpha}$ jeżeli α jest takim kątem ostrym, że $\operatorname{tg} \alpha = 17$.

ZADANIE 8

a) Sprawdź, czy równość

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

jest tożsamością trygonometryczną.

b) Udowodnij, że jeżeli α i β są dwoma kątami trójkąta i $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$, to trójkąt ten jest trójkątem prostokątnym lub równoramiennym.

ZADANIE 9

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 10

Wyznacz okres podstawowy funkcji $f(x) = \operatorname{tg}(2x - \frac{\pi}{2})$.

ZADANIE 11

Wiedząc, że $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$, oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 12

Wykaż, że dla dowolnego kąta α takiego, że $\sin \alpha \cos 3\alpha \neq 0$ zachodzi tożsamość

$$\frac{\operatorname{tg} 3\alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3 - 4 \sin^2 \alpha}{4 \cos^2 \alpha - 3}.$$

ZADANIE 13

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{1+\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$ dla $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \rangle$.

- Rozwiąż równanie $f(x) = 2$.
- Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x)$.

ZADANIE 14

Wykaż, że wyrażenie $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$ nie jest tożsamością.

ZADANIE 15

Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{(\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x) \cdot \sin^2 2x}{4 \cos 2x \cdot \sin^2 x}$.

ZADANIE 16

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 4$ oblicz $\sin \alpha \cos \alpha$.

ZADANIE 17

Uzasadnij, że liczba $\cos \frac{\pi}{12}$ jest niewymierna.

ZADANIE 18

Porównaj liczby: $a = \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ i $b = \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha$, jeżeli $\alpha = 60^\circ$.

ZADANIE 19

Posługując się wzorem $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$ oblicz $\operatorname{tg} 15^\circ$.

ZADANIE 20

Sprawdź tożsamość: $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = 2$.

ZADANIE 21

Dana jest funkcja $f(x) = \operatorname{tg}(\sin x)$.

- Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji.
- Czy funkcja jest okresowa?

ZADANIE 22

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 4$, oblicz $\operatorname{tg}^2 \alpha + \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2$.

ZADANIE 23

Wiedząc, że $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$, oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 24

Kąt α jest ostry oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$. Oblicz $\sin \alpha + \cos \alpha$.

ZADANIE 25

Kąta α jest ostry oraz $12 \sin \alpha - 5 \cos \alpha = 0$. Oblicz $\frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 26

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Oblicz $3 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$.

ZADANIE 27

Oblicz $a - b$, gdy $a = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$, $b = 1 - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ dla $\alpha = 60^\circ$.

ZADANIE 28

Wykaż, że $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \operatorname{tg}^{-2} \alpha$.

ZADANIE 29

Kąt α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 4$. Wyznacz sinus i cosinus tego kąta.

ZADANIE 30

Wykaż, że $(1 - \sin^2 \alpha) \left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}\right) = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

ZADANIE 31

Wykaż, że nie istnieje kąt α , taki, że $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

ZADANIE 32

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{(\operatorname{ctg} 44^\circ + \operatorname{tg} 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \operatorname{ctg} 72^\circ \operatorname{ctg} 18^\circ$.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/9226_1252R](http://www.zadania.info/9226_1252R)